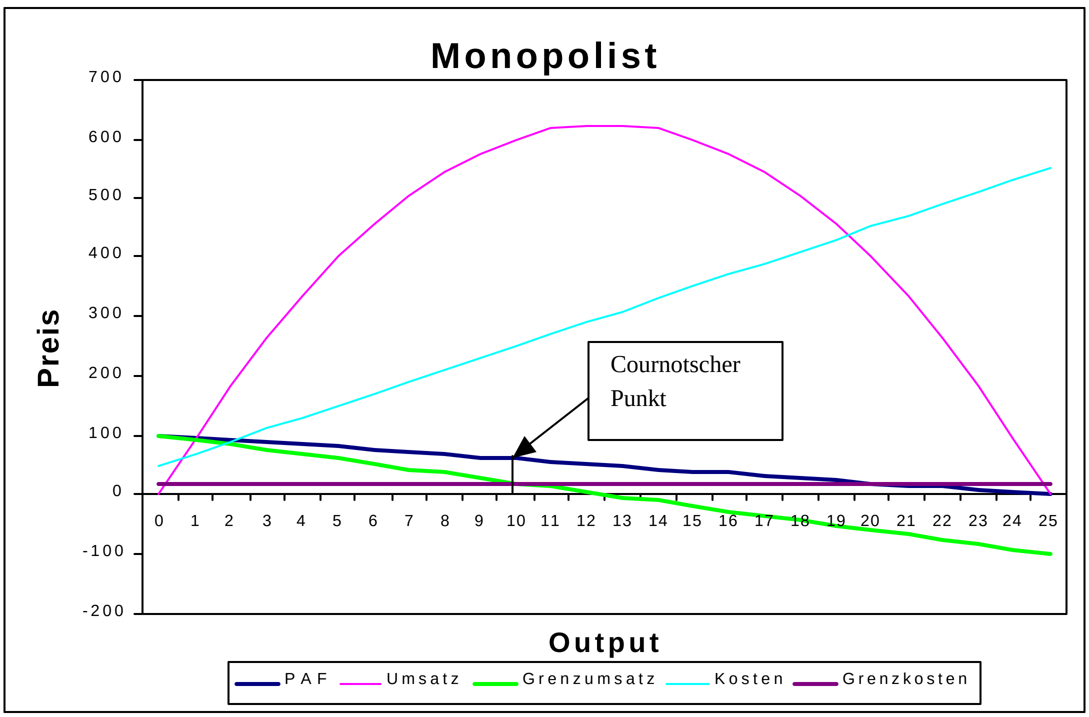
Hier die ausführlicheren Lösungen (wenn auch nicht druckreif):

<u>Aufgabenblatt 4</u>:

Aufgabe 1: Ein Monopolist sieht sich der Preis-Absatz-Funktion $p(x) = 100 - 4x$ gegenüber, worin x die abgesetzte Menge und p der Preis ist. Seine Produktionskosten hängen von der produzierten Menge ab, gemäß der Kostenfunktion $K(x) = 50 + 20x$.

a) Stellen Sie die Preis-Absatz-, Kosten-, Umsatz-($\equiv$Erlös-) und Grenzumsatzfunktion graphisch dar.



b) Stellen Sie die Gewinnfunktion auf.

$$G(x) = U(x) - K(x) = p(x)x - K_v(x) - K_f$$

$$\Rightarrow \qquad G(x) = (100 - 4x)x - 20x - 50$$

c) Berechnen Sie die gewinnmaximale Absatzmenge ($\equiv$Output, Produktionsmenge) und den gewinnmaximalen Preis.

$$\max_x G$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = U'(x) - K'(x) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = p'(x)x + p(x) - K_v'(x) - K_f' \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = -4x + (100 - 4x) - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 80 - 8x = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{x^* = 10}$$

$$\Rightarrow \quad p = 100 - 4 \cdot 10 \Leftrightarrow \boxed{p^* = 60}$$

d) Finden Sie den Cournot-Punkt in der Graphik aus Aufgabenteil a).

Cournot-Punkt ist der Punkt auf der Preis-Absatz-Funktion, der der gewinnmaximierenden Menge entspricht (siehe Abb. unter a)).

e) Berechnen Sie Umsatz, Kosten und Gewinn beim gewinnmaximalen Preis.

Umsatz = Preis $\times$ Absatzmenge:

$$U = p(x)x \quad \Rightarrow \quad U = 60 \cdot 10 \Leftrightarrow \boxed{U^* = 600}$$

Gesamtkosten = variable Kosten + fixe Kosten:

$$K = K_v(x) + K_f \quad \Rightarrow \quad K = 20 \cdot 10 + 50 \Leftrightarrow \boxed{K^* = 250}$$

Gewinn = Umsatz − Gesamtkosten:

$$G = U(x) - K(x) \quad \Rightarrow \quad G = 600 - 250 \Leftrightarrow \boxed{G^* = 350}$$

f) Bei welcher Absatzmenge wird der maximale Umsatz erzielt?

$\max\limits_x U(x) \quad \Rightarrow \quad U'(x) \overset{!}{=} 0 \;\Leftrightarrow\; p'(x)x + p(x) \overset{!}{=} 0 \;\Rightarrow\; -4x + (100-4x) = 0 \;\Leftrightarrow$

$\boxed{x^{Umsatz*} = 12.5}$

g) Zeigen Sie allgemein (und erläutern Sie inhaltlich): im Monopol ist der Grenzumsatz kleiner als der Absatzpreis, sofern die Preis-Absatz-Funktion fallend verläuft.

$U'(x) = p'(x)x + p(x) < p(x) \;\Leftrightarrow\; p'(x)x < 0$, d.h. bei negativ geneigter Preis-Absatz-Funktion.

Aufgabe 2: Die Nachfragefunktion nach einem Gut sei $x(p) = 120 - p$. Der einzige Anbieter in diesem Markt hat die Kostenfunktion $K(x) = 10 + 5x^2$.

a) Wie hoch ist der prozentuale Abstand m zwischen Preis und Grenzkosten im Gewinnmaximum?

$x(p) = 120 - p \;\Leftrightarrow\; p(x) = 120 - x$

$G(x) = U(x) - K(x) = p(x)x - K_v(x) - K_f$

$\Rightarrow \quad G(x) = (120 - x)x - 5x^2 - 10$

$\max\limits_x G$

$\Rightarrow \quad G'(x) = U'(x) - K'(x) \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow \quad G'(x) = p'(x)x + p(x) - K_v'(x) - K_f' \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow \quad G'(x) = -x + (120 - x) - 10x = 0$

$\Rightarrow \quad x^* = 10$

$\Rightarrow \quad p = 120 - 10 \;\Leftrightarrow\; \boxed{p^* = 110}$

$K_v'(x^* = 10) = 10 \cdot 10 = 100$

$$m = \frac{p - K'}{p} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m^* = \frac{110 - 100}{110} = \frac{1}{11}}$$

b) Ist es notwendig immer der Fall, daß der gewinnmaximale Monopolpreis über den Grenzkosten liegt?

Im Gewinnmaximum gilt: $p'(x)x + p(x) \overset{!}{=} K'(x)$. Bei fallender Preis-Absatz-Funktion [$p'(x) < 0$] gilt damit: $p(x) > K'(x)$.

c) Zeigen Sie: Wenn sich die Preiselastizität der Nachfrage (im Absolutbetrag) erhöht, sinkt der prozentuale Preis-Grenzkosten-Abstand (Marge). Erläuterns Sie dieses Ergebnis inhaltlich.

Preiselastizität der Nachfrage: $\left| e_{p,x} \right| = \left| \dfrac{\frac{\partial x}{x}}{\frac{\partial p}{p}} \right| > 0$

Preis-Grenzkosten-Abstand (≡ Marge):

Gewinnmaximierung

$$\Rightarrow \; U'(x) = K'(x)$$

$$\Rightarrow \; p + \frac{dp}{dx} x = K'(x)$$

$$\Leftrightarrow \quad p - K'(x) = -\frac{dp}{dx} x$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{p - K'(x)}{p} = -\frac{dp}{dx} \frac{x}{p}$$

$$\Leftrightarrow \qquad \frac{p-K'(x)}{p} = -\frac{1}{\frac{dx}{dp}\frac{p}{x}} = -\frac{1}{e}$$

$$m = \frac{p-K'}{p} = -\frac{1}{e} \Rightarrow |m| = \frac{1}{|e|} \;\Rightarrow \qquad \frac{dm}{d|e|} = -\frac{1}{|e|^2} < 0$$

Je höher die Preiselastizität der Nachfrage, desto höher die Ausweichmöglichkeit der Konsumenten, desto geringer die Möglichkeit des Monopolisten hohe Preise durchzusetzen.
Im Grenzfall $e \to \infty$ gilt $p = K'$, was dem Fall dem Fall der vollkommenen Konkurrenz entspricht, wo Unternehmen sich einer konstanten Preis-Absatz-Funktion gegenüberstehen.

Aufgabe 3: (*Klausuraufgabe WS 98/99*) Ein Monopolist hat eine lineare Preis-Absatz-Funktion und konstante Grenzkosten in Höhe von $g = 4$. Beim gewinnmaximalen Preis p^* beträgt seine prozentuale Preis-Grenzkosten-Marge $[m = (p^* - g)/p^*]$ zwanzig Prozent. Bei welchem Preis würde sein Absatz auf null sinken?

(1) $p(x) = a - bx$

(2) $m = \dfrac{p^* - g}{p^*} = 0.2$

$K'(x) = 4$

Wenn der Absatz x auf Null sinkt, gilt der Prohibitivpreis $p = a$.

Gewinn:
$G(x) = U(x) - K(x)$

Gewinnmaximierung:

$$\max_x G(x)$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = U'(x) - K'(x) \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = p'(x)x + p(x) - K_v'(x) - K_f' \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = -bx + (a - bx) - g = 0$$

$$(3) \Leftrightarrow \quad x^* = \frac{a-g}{2b}$$

(3) in (1) einsetzen:

$$\Rightarrow \; p(x) = a - b\left(\frac{a-g}{2b}\right)$$

$$(4) \Leftrightarrow \; p(x) = \frac{2a}{2} - \frac{a}{2} + \frac{g}{2} = \frac{a+g}{2}$$

(4) in (2) einsetzen:

$$\Rightarrow \; m = \frac{\frac{a+g}{2}}{\frac{a+g}{2}} - \frac{g}{\frac{a+g}{2}} = 0.2$$

$$\Leftrightarrow 1 - 0.2 = \frac{2g}{a+g}$$

$$\Leftrightarrow 0.4(a+g) = g$$

$$\Leftrightarrow 0.4a = 0.6g$$

$$\Leftrightarrow a = 1.5g \qquad \big| g = 4$$

$$\Rightarrow \; a = 1.5 \cdot 4 = 6$$

$$\Rightarrow \; \boxed{p = a = 6}$$

Aufgabe 4: Ein Monopolist hat eine linear fallende Preis-Absatz-Funktion und eine lineare Kostenfunktion mit Fixkosten und konstanten Grenzkosten.

a) Zeigen Sie: bei den unterstellten Nachfrage- und Kostenfunktionen ist der Monopolpreis der Durchschnitt aus Prohibitivpreis und Grenzkosten.

Lineare Preis-Absatz-Funktion: $p(x) = a - bx$

Prohibitivpreis: Preis bei dem Absatz x auf Null sinkt: $p^{\text{Prohibitiv}} = a$.

Gewinn:

$$G(x) = U(x) - K(x)$$

Gewinnmaximierung:

$$\max_x G(x)$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = U'(x) - K'(x) \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = p'(x)x + p(x) - K_v'(x) - K_f' \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad G'(x) = -bx + (a - bx) - g = 0$$

$$\Rightarrow \quad a - 2bx - g = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_M^* = \frac{a-g}{2b}$$

$$\Rightarrow \quad p_M^* = a - bx_M^* \quad \Rightarrow \quad p_M^* = a - b\left(\frac{a-g}{2b}\right) = a - \frac{a-g}{2} = \frac{2a-(a-g)}{2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{p_M^* = \frac{a+g}{2}}$$

b) Zeigen Sie: bei den unterstellten linearen Nachfrage- und Kostenfunktionen wird eine Grenzkostenerhöhung genau zur Hälfte im Preis überwälzt.

$$\boxed{\frac{dp_M^*}{dg} = \frac{1}{2}}$$

Aufgabe 5: In einem Markt mit monopolistischer Konkurrenz seien für alle Anbieter die Grenzkosten $g = 2$. Die Preis-Absatz-Funktion des einzelnen Anbieters i sei $p_i = \overline{p} + 1000/n - x_i$, wobei $\overline{p}$ der Durchschnittspreis im Markt ist und n die Zahl der Anbieter.

a) Berechnen Sie den gleichgewichtigen Durchschnittspreis in diesem Markt als Funktion von n, der Zahl der Anbieter im Markt.

(1) $p_i = \overline{p} + \dfrac{1000}{n} - x_i$, $i = 1...n$

$g_i = \overline{g} = 2$

[(1) ergibt sich aus $p_i = \overline{p} + h_i - b_i x_i$, wobei $b_i = 1$ und $h_i = \overline{h} = \dfrac{h_1 + h_2 + ... + h_n}{n}$, also Symmetrie im Produktdifferenzierungsvorteil bei den Anbietern angenommen wird.]

Gesucht: gleichgewichtiger Durchschnittspreis $\hat{p}(n)$

Gewinn:

$G_i(x) = U_i(x) - K_i(x)$

Gewinnmaximierung:

$\max\limits_{x_i} G_i(x_i)$

$\Rightarrow \quad G_i'(x) = U_i'(x) - K_i'(x) \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow \quad G_i'(x_i) = p_i'(x_i)x_i + p_i(x_i) - K_v'(x_i) - K_f' \overset{!}{=} 0$

$$\Rightarrow \quad -x_i + \left(\overline{p} + \frac{1000}{n} - x_i\right) - \overline{g} = 0$$

$$(2) \Leftrightarrow x_i^* = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{500}{n} - \frac{\overline{g}}{2}$$

(2) in (1) einsetzen:

$$\Rightarrow p_i^* = \overline{p} + \frac{1000}{n} - \left(\frac{\overline{p}}{2} + \frac{500}{n} - \frac{\overline{g}}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow p_i^* = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{500}{n} + \frac{\overline{g}}{2}$$ (gilt aufgrund von Symmetrie für alle Anbieter)

$$\hat{p} = \frac{p_1^* + p_2^* + ... + p_n^*}{n} = \frac{1}{n}\sum_i p_i^* = n\left(\frac{\overline{p}}{2} + \frac{500}{n} + \frac{\overline{g}}{2}\right)\Big/ n = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{500}{n} + \frac{\overline{g}}{2}$$

Im Gleichgewicht gilt $\hat{p} = \overline{p}$:

$$\Rightarrow \overline{p} = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{500}{n} + \frac{\overline{g}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\overline{p}}{2} = \frac{500}{n} + \frac{\overline{g}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{p} = \frac{1000}{n} + \overline{g} \qquad \Big| \overline{g} = 2$$

$$(3) \Rightarrow \boxed{\hat{p} = \overline{p} = \frac{1000}{n} + 2}$$

b) Berechnen Sie die Ausbringungsmenge x_i des einzelnen Anbieters im Marktgleichgewicht als Funktion der Zahl der Anbieter n.

Aus (2)

$$x_i^* = \frac{\bar{p}}{2} + \frac{500}{n} - \frac{\bar{g}}{2}$$

(3) in (2) einsetzen:

$$\Rightarrow \qquad x_i^* = \frac{\left(\frac{1000}{n}\right) + 2}{2} + \frac{500}{n} - \frac{\bar{g}}{2} \qquad \Big| \bar{g} = 2$$

$$\Leftrightarrow \qquad \boxed{x_i^* = \frac{1000}{n}}$$

Aufgabe 6: In einem Markt mit monopolistischer Konkurrenz seien die Kostenfunktionen und Preis-Absatz-Funktionen der n Anbieter wie folgt gegeben: $K_i = x_i + 16$ und $p_i = \bar{p} + \frac{500}{n} - x_i$. Hierin ist $\bar{p}$ der Durchschnittspreis im Markt.

a) Die Anbieterzahl sei $n = 100$. Berechnen Sie das gleichgewichtige Preisniveau und die Gewinne für die gegebenen Anbieterzahl. Wie hoch ist der durchschnittliche Produktdifferenzierungsvorteil? Wie hoch sind die durchschnittliche Fixkosten pro Stück?

(1) $p_i = \bar{p} + \frac{500}{n} - x_i$

(2) $K_i = x_i + 16$

Gewinn:

$$G_i(x) = U_i(x) - K_i(x)$$

Gewinnmaximum:

$$\max_{x_i} G_i(x_i)$$

$$\Rightarrow \qquad G_i'(x\quad) = U_i'(x) - K_i'(x) \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \qquad G_i'(x_i) = p_i'(x_i)x_i + p_i(x_i) - K_v'(x_i) - K_f' \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \qquad -x_i + \overline{p} + \frac{500}{n} - x_i - 1 = 0$$

$$(3) \Leftrightarrow \; x_i^* = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{250}{n} - \frac{1}{2}$$

(3) in (1) eisetzen:

$$\Rightarrow \; p_i^* = \overline{p} + \frac{500}{n} - \left(\frac{\overline{p}}{2} + \frac{250}{n} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \; p_i^* = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{250}{n} + \frac{1}{2}$$

$$\hat{p} = \frac{1}{n}\sum_i p_i^* = n\left(\frac{\overline{p}}{2} + \frac{250}{n} + \frac{1}{2}\right) \Big/ n = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{250}{n} + \frac{1}{2}$$

Im Gleichgewicht gilt $\hat{p} = \overline{p}$:

$$\Rightarrow \; \overline{p} = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{250}{n} + \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \; \frac{\overline{p}}{2} = \frac{250}{n} + \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \qquad \overline{p} = \frac{500}{n} + 1 \quad \Big| n = 100$$

$$\Rightarrow \; \boxed{\overline{p} = \hat{p} = \frac{500}{100} + 1 = 6}$$

$$\Rightarrow \qquad x_i^* = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{250}{n} - \frac{1}{2} \qquad \Big| \overline{p} = \frac{500}{n} + 1$$

$$\Rightarrow \qquad x_i^* = \frac{500}{2n} + \frac{1}{2} + \frac{250}{n} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \qquad x_i^* = \frac{500}{n} \qquad \Big| n = 100$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{x_i^* = 5}$$

Berechnung Gewinn G_i für $n = 100$.

Gewinn:

$$G_i(x_i) = U_i(x_i) - K_i(x_i)$$

$$\Rightarrow \qquad G_i(x_i) = p_i(x_i)x_i - K_i(x_i)$$

$$\Rightarrow \qquad G_i(x_i) = \left(\overline{p} + \frac{500}{n} - x_i\right)x_i - x_i - f_i \qquad \Big| \overline{p} = \frac{500}{n} + 1, x_i^* = \frac{500}{n}$$

$$\Leftrightarrow \qquad G_i(x_i) = \left(\frac{500}{n}\right)^2 - f_i \qquad \Big| n = 100, f_i = 16$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{G_i^*(x_i^*) = \left(\frac{500}{100}\right)^2 - 16 = 25 - 16 = 9}$$

Gesucht: durchschnittliche Produktdifferenzierung $\overline{h}$

$$\hat{p} = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{\overline{h}}{2} + \frac{\overline{g}}{2}$$

im GG gilt $\overline{p} = \hat{p}$

$$\Rightarrow \qquad \overline{p} = \frac{\overline{p}}{2} + \frac{\overline{h}}{2} + \frac{\overline{g}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\bar{h}}{2} = \frac{\bar{p} - \bar{g}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \bar{h} = \bar{p} - \bar{g} \qquad \left|\bar{p} = 6, \bar{g} = 1\right.$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\bar{h} = 5}$$

Gesucht: durchschnittliche Fixkosten per Stück:

Dafür werden die durchschnittlich optimalen Ausbringungsmengen $\bar{x}$ benötigt.

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^*$ bzw. aufgrund der Symmetrie der Anbieter gilt einfacher

$\bar{x} = \frac{n x_i^*}{n} = x_i^* = 5$.

$\bar{f} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i$, wobei wiederum aufgrund der Symmetrie der Anbieter gilt

$\bar{f} = \frac{n f_i}{n} = f_i = 16$

Die durchschnittlichen Fixkosten per Stück sind dann

$$\frac{\bar{f}}{\bar{x}} = \frac{16}{5} = 3.2$$

b) Berechnen Sie die gleichgewichtige Anbieterzahl bei freiem Markteintritt. Wie hoch sind im langfristigen Gleichgewicht die unter a) berechneten Größen?

Die auf die Produkteinheit umgelegte Fixkostenbelastung $\bar{k}$ ergibt sich im Markt als die Summe der Fixkosten geteilt durch A, also

$$\bar{k} = \frac{n\bar{f}}{A},$$

wobei $A = x_1 + x_2 + ... + x_n$ und aufgrund der Symmetrie der Anbieter $A = nx_i$.

$$\Rightarrow \bar{k} = \frac{n\bar{f}}{nx_i} = \frac{n\bar{f}}{n\left(\frac{500}{n}\right)} = \frac{n\bar{f}}{500} \qquad \Big| x_i = \frac{500}{n}$$

Die durchschnittliche Marge $\overline{m} = \overline{p} - \overline{g}$ (Preis minus Grenzkosten) muß die Fixkosten pro Stück finanzieren. Sie ist im Gleichgewicht

$$\overline{m} = \overline{p} - \overline{g} = \overline{h} \qquad \Big| \overline{g} = 1, \overline{p} = \frac{500}{n} + 1$$

$$\Rightarrow \overline{m} = \frac{500}{1} + 1 - 1 = \frac{500}{n}$$

im GG gilt $\overline{m} = \bar{k}$

$$\Rightarrow \frac{500}{n} = \frac{n\bar{f}}{500}$$

$$\Leftrightarrow n^2 \bar{f} = 500^2$$

$$\Leftrightarrow n^* = \frac{500}{\sqrt{\bar{f}}} \qquad \Big| \bar{f} = 16$$

$$\Rightarrow \boxed{n^* = \frac{500}{4} = 125}$$

$$\overline{p} = \frac{500}{n^*} + 1 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\overline{p} = \frac{500}{125} + 1 = 5}$$

$$x_i^* = \frac{500}{n^*} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_i^* = 4}$$

$$\bar{x} = \frac{n^* x_i^*}{n^*} = x_i^* \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 4}$$

$$G_i^*(x_i^*) = \left(\frac{500}{n^*}\right)^2 - 16$$

$$\Rightarrow \boxed{G_i^*(x_i^*) = 16 - 16 = 0}$$

$$\bar{h} = \bar{p} - \bar{g} \Rightarrow \boxed{\bar{h} = 5 - 1 = 4}$$

$$\boxed{\frac{\bar{f}}{\bar{x}} = \frac{16}{4} = 4}$$

c) Die Fixkosten steigen auf 25. Wieviel Unternehmen verbleiben langfristig im Markt? Zu welchen Preisen bieten sie welche Mengen an? Wie hoch sind im neuen langfristigen Gleichgewicht die durchschnittlichen Fixkosten pro Stück?

$f_i = 25$, aufgrund Symmetrie der Anbieter gilt dann

$\bar{f} = 25$

im GG gilt $\bar{m} = \bar{k}$

$$\Rightarrow \frac{500}{n} = \frac{n\bar{f}}{500}$$

$$\Leftrightarrow n^2 \bar{f} = 500^2$$

$$\Leftrightarrow n^* = \frac{500}{\sqrt{\bar{f}}} \qquad \Big| \bar{f} = 25$$

$$\Rightarrow \boxed{n^* = \frac{500}{5} = 100}$$

$$\bar{p} = \frac{500}{n^*} + 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\bar{p} = \frac{500}{100} + 1 = 6}$$

$$x_i^* = \frac{500}{n^*} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_i^* = 5}$$

$$\bar{x} = \frac{n^* x_i^*}{n^*} = x_i^* \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 5}$$

$$G_i^*(x_i^*) = \left(\frac{500}{n^*}\right)^2 - 25$$

$$\Rightarrow \boxed{G_i^*(x_i^*) = 25 - 25 = 0}$$

$$\bar{h} = \bar{p} - \bar{g} \Rightarrow \boxed{\bar{h} = 6 - 1 = 5}$$

$$\boxed{\frac{\bar{f}}{\bar{x}} = \frac{25}{5} = 5}$$

Aufgabe 7: Die Preis-Absatz-Funktion in einem homogenen Markt sei $p = a - bx$. Es gibt zwei Anbieter in diesem Markt. Die Kostenfunktion des Anbieters 1 lautet $K_1 = F_1 + c_1 x_1$, die des Anbieters 2 lautet $K_2 = F_2 + c_2 x_2$, worin die F Fixkosten darstellen. Es gilt $x = x_1 + x_2$.

a) Stellen Sie die Gewinnfunktion der beiden Anbieter auf.

Gewinnfunktion Anbieter 1:

$G_1(x_1, x_2) = U_1(x_1, x_2) - K_1(x_1)$

$\Rightarrow \quad G_1(x_1, x_2) = p(x_1, x_1)x_1 - K_1(x_1)$

$\Rightarrow \quad \boxed{G_1(x_1, x_2) = [a - b(x_1 + x_2)]x_1 - (c_1 x_1 + F_1)}$

ähnlich für Anbieter 2:

$\boxed{G_2(x_2, x_1) = [a - b(x_1 + x_2)]x_1 - (c_2 x_2 + F_2)}$

b) Finden Sie die Reaktionskurven und stellen Sie sie graphisch dar. Welche Annahme über das strategische Verhalten müssen Sie bei der Ableitung treffen?

$\max\limits_{x_1} G_1(x_1, x_2)$

$\Rightarrow \quad G_1'(x_1, x_2) = U_1'(x_1, x_2) - K_1'(x_1) \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow \quad G_1'(x_1, x_2) = p'(x_1, x_2)x_1 + p(x_1, x_2) - K_1'(x_1) \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow \quad G_1'(x_1, x_2) = -bx_1 + [a - b(x_1 + x_2)] - c_1 = 0$

$\Rightarrow \quad 2bx_1 = a - bx_2 - c_1$

$\Rightarrow \quad \boxed{x_1^* = \frac{a - bx_2 - c_1}{2b}}$ Reaktionskurve von Anbieter 1

ähnlich für Anbieter 2:

$\Rightarrow \quad \boxed{x_2^* = \frac{a - bx_1 - c_2}{2b}}$ Reaktionskurve von Anbieter 2

(graphische Darstellung siehe Übung)

Cournot Annahmen:

- Mengenwettbewerb
- Homogene Güter

- Angebotsmengen werden von beide Anbietern gleichzeitig unabhängig voneinander bestimmt
- Optimierung der eigenen Angebotsmenge gegeben der Angebotsmenge des Konkurrenten $\rightarrow$ im Cournot-Nash-Gleichgewicht ist Abweichen von der eigenen Angebotsmenge dann nicht mehr lukrativ.

c) Finden Sie die gleichgewichtigen Mengen der beiden Anbieter und den gleichgewichtigen Marktpreis.

Einsetzen der Reaktionskurve von Anbieter 2 in die von Anbieter 1, bzw. vice versa.

$$\Rightarrow \; x_1 = \frac{a - b\left(\frac{a - bx_1 - c_2}{2b}\right) - c_1}{2b}$$

$$\Leftrightarrow \; 2bx_1 = a - \frac{a}{2} + \frac{bx_1}{2} + \frac{c_2}{2} - c_1$$

$$\Leftrightarrow \; 2bx_1 - \frac{bx_1}{2} = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \; \frac{3}{2}bx_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \; \boxed{x_1^* = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}}$$

ähnlich für Anbieter 2:

$$\boxed{x_2^* = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}}$$

$$x^* = x_1^* + x_2^* = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b} + \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}$$

$$\Leftrightarrow \; x^* = \frac{2a - c_1 - c_2}{3b}$$

$p^* = a - bx^*$

$\Rightarrow \; p^* = a - b\left(\frac{2a - c_1 - c_2}{3b}\right)$

$\Leftrightarrow \; \boxed{p^* = \frac{3a - 2a + c_1 + c_2}{3} = \frac{a + c_1 + c_2}{3}}$

d) Zeigen Sie: Eine Erhöhung der Grenzkosten des Anbieters 1 wird seinen Marktanteil verringern.

Marktanteil von Anbieter 1: $s_1 = \frac{x_1}{x_1 + x_2} = \frac{\frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}}{\frac{2a - c_1 - c_2}{3b}} = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2a - c_1 - c_2}$

$$\frac{ds_1}{dc_1} = \frac{-2(2a - c_1 - c_2) - [-(a - 2c_1 + c_2)]}{(2a - c_1 - c_2)^2} = \frac{-4a + 2c_1 + 2c_2 + a - 2c_1 + c_2}{(2a - c_1 - c_2)^2} = \frac{3(c_2 - a)}{(2a - c_1 - c_2)^2}$$

Da $(2a - c_1 - c_2)^2 > 0$, gilt $\frac{ds_1}{dc_1} < 0$ wenn $c_2 < a$, was gegeben ist, da sonst Anbieter 2 nicht auf dem Markt produzieren würde.

Aufgabe 8:

a) Ein Unternehmen auf einem homogenen Konkurrenzmarkt hat die Kostenfunktion $K(x) = x^3 - 18x^2 + 120x + 300$. Berechnen Sie die Angebotsfunktion.

Gewinn:

$G_i(x) = U_i(x) - K_i(x)$

$\Leftrightarrow \; G_i(x) = px_1 - K_i(x)$

Gewinnmaximum:

$\max_{x_i} G_i(x_i)$

$\Rightarrow \quad G_i'(x_i) = U_i'(x_i) - K_i'(x_i) \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow \quad G_i'(x_i) = p - K_v'(x_i) - K_f' \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow \quad p = K'(x_i)$

$\Rightarrow \quad p = 3x^2 - 36x + 120$

$\Rightarrow \quad 3x^2 - 36x = p - 120$

$\Rightarrow \quad x^2 - 12x = \frac{p}{3} - 40$

$\Rightarrow \quad x^2 - 12x + 36 = \frac{p}{3} - 4$

$\Rightarrow \quad (x-6)^2 = \frac{p}{3} - 4$

$\Rightarrow \quad x - 6 = \sqrt{\frac{p}{3} - 4}$

$\Rightarrow \quad \boxed{x = \sqrt{\frac{p}{3} - 4} + 6}$, für $p \geq 12$

b) Wieviel wird ein vollständig kompetitives Unternehmen mit der Kostenfunktion $K = 25x + 12$ anbieten, wenn der Marktpreis $p = 30$ beträgt?

$p = K'(x_i) \Rightarrow p = 25$

Produziert soviel wie technisch möglich fall $p \geq 25$ (also auch bei $p = 30$) und nichts falls $p < 25$.

Aufgabe 9: Die Angebotsfunktion auf einem Markt mit vollständiger Konkurrenz ist $x^A = 100(p-1)$ für $p > 1$; die Nachfragefunktion ist $x^N = 500 - 200p$.

a) Berechnen Sie den gleichgewichtigen Marktpreis.

Im Gleichgewicht gilt

$x^A = x^N$

$\Rightarrow \quad 100(p-1) = 500 - 200p$

$\Leftrightarrow \quad 100p - 100 = 500 - 200p$

$\Leftrightarrow \quad \boxed{p^* = 2}$

$\Rightarrow \quad \boxed{x^* = 100(2-1) = 100}$

b) Der Staat erhebt pro verkaufter Einheit des Gutes eine Steuer von 1 Euro von den Anbietern. Wieviel Prozent dieser Stücksteuer wird auf die Nachfrager überwälzt?

$$p(x^A) = 1 + \frac{x^A}{100}$$

$$p(x^N) = \frac{5}{2} - \frac{x^N}{200}$$

$$p(x^{A,Steuern}) = p(x^A) + 1 = 2 + \frac{x^A}{100}$$

Im Gleichgewicht gilt:

$$p(x^{A,Steuern}) = p(x^N)$$

$$\Rightarrow \; 2 + \frac{x}{100} = \frac{5}{2} - \frac{x}{200}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3x}{200} = \frac{1}{2} \;\Leftrightarrow\; x^{*,Steuern} = \frac{100}{3}$$

$$\Rightarrow \quad p^{*,Steuern} = 2 + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{p^{*,Steuern} - p^*}{t} = \frac{\left(2 + \frac{1}{3}\right) - 2}{1} \qquad \text{wobei } t \text{ (Steuern)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{p^{*,Steuern} - p^*}{t} = \frac{1}{3}}$$

Ein Drittel bzw. 33,33% der Steuer werden auf die Nachfrager überwälzt.