

Herleitung des Zusammenhangs von Hirschman-Herfindahl-Index und durchschnittlicher Marge

mit:

- s_i - Marktanteil des Unternehmens i**
- x_i - Angebotsmenge des Unternehmens i**
- x - Gesamtangebot des Marktes**
- H - Hirschman-Herfindahl-Index**
- $\bar{c}$ - mit dem Marktanteil jedes Unternehmens gewichteter Durchschnitt der Grenzkosten**
- $\bar{m}$ - durchschnittliche Marge**

1

Gewinnmax. d. einz. Untern.:

$$G_i = p(x)x_i - C_i \rightarrow \text{Max.}$$

Bed. 1. Ordnung:

$$\frac{\partial G_i}{\partial x_i} = p'(x)x_i + p(x) - c_i = 0$$

$$\text{mit } p'(x) = \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\text{und } c_i = \frac{\partial C_i}{\partial x_i}$$

$$p'(x)x_i + p = c_i$$

$$p - c_i = -p'(x) x_i$$

$$\frac{p - c_i}{p} = \frac{-\frac{\partial p}{\partial x} x_i}{p}$$

$$\frac{p - c_i}{p} = \frac{x_i}{-\frac{\partial x}{\partial p} p} = \frac{x_i/x}{-\frac{\partial x}{\partial p} \frac{p}{x}}$$

$$\frac{p - c_i}{p} = \frac{s_i}{\eta}$$

mit $s_i = \frac{x_i}{x}$

und $\eta = \left| \frac{\partial x}{\partial p} \frac{p}{x} \right|$

3

Gesamtmarkt:

$$\sum_{i=1}^n \frac{p - c_i}{p} = \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\eta}$$

$$\frac{1}{p} \sum_i (p - c_i) = \frac{1}{\eta} \sum_i s_i$$

$$\frac{1}{p} \sum_i (s_i p - c_i s_i) = \frac{1}{\eta} \sum_i s_i^2$$

$$\frac{1}{p} \left[p \sum_i s_i - \sum_i s_i c_i \right] = \frac{\sum_i s_i^2}{\eta}$$

$$\bar{m} := \frac{p - \bar{c}}{p} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{\eta} = \frac{H}{\eta}$$

$$\text{mit } \bar{c} = \sum_{i=1}^n s_i c_i \text{ und } H = \sum_{i=1}^n s_i^2$$