

# **Statistische Grundlagen der Meta-Analyse: Effektstärken**

Bernd Weiß

6. Mai 2003

## Was ist ein (empirischer) Forschungsbefund?

- Nach Rosenthal (1991) ist ein Forschungsbefund die Antwort auf folgende Frage: Wie ist der Zusammenhang zwischen Variable  $X$  und Variable  $Y$  beschaffen? Dieser Zusammenhang lässt sich durch zwei Merkmale beschreiben:
  1. ein Schätzer der Größe des Zusammenhangs (Effektstärke, engl. „effect size“)
  2. eine Maßzahl für die Reliabilität der Effektgröße (Standardfehler, Konfidenzintervalle,  $p$ -Wert).
- Allgemein lässt sich ein Forschungsbefund definieren als „(...) statistical representation of one empirical relationship involving the variable(s) of interest to the meta-analysis measured on a single subject sample“ (Lipsey/Wilson 2000: 35).

# Was findet man in der empirischen Forschung?

Der Definition eines (empirischen) ‚Forschungsbefundes‘ stehen oft die Restriktionen des empirischen Alltags gegenüber. Wie aber werden uns die Ergebnisse empirischer Forschung vermittelt?

1. Narrative Darstellung signifikant positiver, negativer oder nicht-signifikanter Effekte
2. Signifikanzen (Wahrscheinlichkeit der fälschlichen Zurückweisung der  $H_0$  ( $\alpha$ -Fehlerwahrscheinlichkeit oder  $p$ -Wert))
3. Effektstärken

# Welche meta-analytischen Verfahren gibt es für die verschiedenen Formen von Forschungsbefunden?

ad 1. Vote counting

ad 2. Zusammenfassen von Signifikanzwerten („combining significance levels“)

ad 3. Zusammenfassen von Effektstärken; Effektstärkensynthese („combining estimates of effect sizes“)

# Was ist eine Effektstärke?

- Die wesentliche Eigenschaft einer Effektstärke ist nach Hedges / Olkin (1985: 7) ihre Skaleninvarianz.
- Wünschenswerte Eigenschaften von Effektstärken sind zudem Informationen über *Größe* und *Richtung* des Zusammenhangs zwischen Variablen.
- Glass, als „Erfinder“ der Meta-Analyse, schlug zwei skalenunabhängige Maßzahlen vor:
  - Cohen's  $d$ ,
  - Produkt-Moment-Korrelation  $r$ .

# Welche Typen von Effektstärken gibt es?

Zur Typisierung von Effektstärken gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Vor allem in den Erziehungswissenschaften und Psychologie werden Effektstärken der *r*- und *d*-Familie unterschieden:
  - Maßzahlen der *r*-Familie:  $r$ ,  $\phi$ ,  $r_{pb}$  und  $\rho$
  - Maßzahlen der *d*-Familie: Hedges  $g$ , Glass's  $\Delta$  und Cohen's  $d$
- Effektstärken lassen sich aber auch nach der Anzahl der Variablen unterscheiden:
  - Beispiele univariater Effektstärken: Anteile, Mittelwerte
  - Beispiele bivariater Effektstärken:  $d$ ,  $r$ , Odds ratio
  - Beispiele multivariater Effektstärken: Regressionskoeffizienten

## Die $d$ -Familie von Effektstärken

$$\triangleright d_i = \frac{\overline{X}_i^t - \overline{X}_i^c}{s_i \text{ bzw. } S_c}$$

mit:

$\overline{X}_i^t$ : Mittelwert der Treatmentgruppe in der  $i$ -ten Studie

$\overline{X}_i^c$ : Mittelwert der Controlgruppe in der  $i$ -ten Studie

$s_i$ : gepoolte Standardabweichung für beide Gruppen (Cohen's  $d$ , Hedges's  $g$ )

$S_c$ : Standardabweichung der Kontrollgruppe (Glass's  $\Delta$ )

## Können Effektstärken ineinander überführt werden?

Nachfolgend werden drei Forschungsbefunde vorgestellt, die sich mit der Wirksamkeit der Psychotherapie befassen.

Beispiel 1: Wirksamkeit der Psychotherapie:  $\chi^2 = 20.480, p = 0.000$

	Geringer Nutzen	Hoher Nutzen	Gesamt
Psychotherapie	34	66	100
Kontrollgruppe	66	34	100
Gesamt	100	100	200

Beispiel 2: Wirksamkeit der Psychotherapie:  $r = 0.32; d = \frac{0.66 - 0.34}{0.48} = 0.67$

## Ja, Effektstärken können ineinander überführt werden!

- Mit folgender Rechenvorschrift lässt sich beispielsweise das Ergebnis eines  $\chi^2$ -Tests (mit  $df = 1$ ) in eine Korrelation umrechnen:  $r = \phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$ , das heißt:  $\sqrt{\frac{20.48}{200}} = 0.32$  oder ein  $d$  in ein  $r$ :

$$r = \sqrt{\frac{d^2}{d^2+4}} = \sqrt{\frac{0.67^2}{0.67^2+4}} = 0.32$$

- |                  | X <sup>2</sup> | df | P(> X <sup>2</sup> ) |
|------------------|----------------|----|----------------------|
| Likelihood Ratio | 20.845         | 1  | 4.9807e-06           |
| Pearson          | 20.480         | 1  | 6.0258e-06           |
| Phi-Coefficient  | : 0.32         |    |                      |

```
> rcorr(x,y)
      x      y  p=0.000
x 1.00 0.32
y 0.32 1.00
```

## Beispiel

	r	n	z	v
1	0.68	10.00	0.83	0.14
2	0.56	20.00	0.63	0.06
3	0.23	13.00	0.23	0.10
4	0.64	22.00	0.76	0.05
5	0.49	28.00	0.54	0.04
6	-0.04	12.00	-0.04	0.11
7	0.49	12.00	0.54	0.11
8	0.33	36.00	0.34	0.03
9	0.58	19.00	0.66	0.06
10	0.18	12.00	0.18	0.11
11	-0.11	36.00	-0.11	0.03
12	0.27	75.00	0.28	0.01
13	0.26	33.00	0.27	0.03
14	0.40	121.00	0.42	0.01
15	0.49	37.00	0.54	0.03
16	0.51	14.00	0.56	0.09
17	0.40	40.00	0.42	0.03
18	0.34	16.00	0.35	0.08